

Wypukłość, wklęsłość, reguła de L'Hospitala

1. Określić przedziały wypukłości oraz wyznaczyć punkty przegięcia podanych funkcji:

a) $f(x) = x^4 - 6x^2 - 6x + 1$

b) $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^3}$

c) $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$

d) $f(x) = e^{-x^3}$

e) $f(x) = \frac{x+7}{x^2+5}$

f) $f(x) = \frac{x^4}{x^3-1}$

g) $f(x) = \frac{7x}{x^2+1}$

h) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

i) $f(x) = \frac{x}{2+x^2}$

j) $f(x) = x^2 + \ln(x+1)$

k) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

l) $f(x) = x^2e^{-0.5x^2}$

2. Obliczyć granicę, korzystając z twierdzenia de L'Hospitala:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+6x} - 1}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{6x-11}}{\ln x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3x}{x^3}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{7x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x - 2 + x^2}{x^4}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4x}{x - \sin x}$